Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie : Pour un état des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre

Primary-college transition in Benin, Morocco and Tunisia: For an inventory, comparison and perspectives of the teaching of arithmetic and algebra

Ridha Najar[1*], *Hassane* Squalli [2], *Adolphe* Adihou[2] *and Said* Abouhanifa[3]

[1] Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Canada
[2] Faculté des sciences de l'éducation, Université de Sherbrooke, Canada
[3] CRMEF-Casablanca-Settat, centre provincial de Settat, Maroc

Résumé. Dans cet article nous présentons un projet de recherche inter-universitaire auquel participent quatre pays : le Canada, le Maroc, le Bénin et la Tunisie. Le projet vise à dresser un état de la situation de la transition entre l'enseignement de l'arithmétique au primaire et l'enseignement de l'algèbre au collège au Maroc, au Bénin et en Tunisie. Il envisage d'identifier et de caractériser les difficultés des élèves de la dernière année du primaire et de la première année du collège dans ces trois pays en algèbre et d'étudier le potentiel du développement de la pensée algébrique dans les programmes et manuels officiels du primaire et du collège, ainsi que dans les pratiques des enseignants.

Abstract. In this article we present an inter-university research project involving four countries: Canada, Morocco, Benin and Tunisia. The project aims to draw up an inventory of the situation of the transition between the teaching of arithmetic in primary school and the teaching of algebra in secondary school in Morocco, Benin and Tunisia. It plans to identify and characterize the difficulties of pupils in the last year of primary school and the first year of secondary school in these three countries in algebra and to study the potential for the development of algebraic thinking in the official curricula and textbooks of primary and secondary schools, as well as in the practices of teachers.

* Corresponding author: ridha.najar@uqat.ca

1 Introduction

Le projet s'inscrit dans le cadre du programme APPRENDRE mis en œuvre par l'Agence universitaire de la Francophonie (AUF) avec l'appui de l'Agence Française de Développement (AFD). Il se situe précisément dans la thématique : « Accompagner le développement du cycle fondamental : l'enjeu de la transition école / collège ». Répondant à l'appel à projets de recherche lancé par l'AUF, et en collaboration avec des équipes de chercheurs du Maroc, du Bénin et de Tunisie, l'équipe canadienne a pris l'initiative de soumettre un projet intitulé : « Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie. État des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre ». Comme le stipule le protocole du programme APPRENDRE, celui-ci « s'adresse principalement aux pays d'Afrique […] pour moderniser et rendre plus efficace leur dispositif d'accompagnement professionnel des enseignants ». L'équipe canadienne agit comme porteuse du projet et coordonnatrice des activités de recherche des différentes équipes. Elle intervient essentiellement par son expertise dans le domaine du développement de la pensée algébrique.

2 Problématique et hypothèse de travail

En mathématiques, le passage de l'école primaire au collège est marqué, entre autres, par la transition de l'enseignement de l'arithmétique à celui de l'algèbre. Pour les élèves, cette transition est loin d'être évidente, le passage d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique pose toujours problème et l'algèbre enseignée au secondaire est source de grande confusion et d'attitudes négatives (Booth 1984) [1]. Dans l'apprentissage de l'algèbre, les élèves recourent, le plus souvent, à la mémorisation de règles et procédures et beaucoup d'entre eux pensent que ces activités constituent l'essence de l'algèbre (Kieran 1992) [2]. Beaucoup de chercheurs, à l'instar de Chevallard (1989a, 1989b, 1989-1990) [3-5], n'hésitent pas à parler de rupture d'ordre épistémologique ; rupture due au passage d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique. Vergnaud (1986) [6], par exemple, évoque une double rupture : opposition des caractéristiques de la résolution arithmétique à celles de la résolution algébrique des problèmes et opposition des modes d'appréhension des écritures algébriques et numériques (statut du signe d'égalité, statut des lettres), ainsi que des modes de contrôle dans la transformation des écritures. Quant à Bednarz et Dufour-Janvier (1996) [7], qui ont étudié la résolution de problèmes, voient le recours à l'algèbre sous l'angle de la continuité et de la discontinuité entre une résolution arithmétique et l'approche algébrique.

Pour sa part, Kieran (1992, 1994) [2,8] adopte un point de vue proche de celui de Vergnaud et voit dans les difficultés des élèves en algèbre la conséquence de son introduction en tant que généralisation de l'arithmétique. Elle voit qu'entre l'arithmétique et l'algèbre résident à la fois de fausses continuités et des discontinuités. Selon elle, les fausses continuités résident dans l'utilisation des mêmes symboles et signes pour représenter l'égalité et les opérations, mais avec des interprétations différentes. Par exemple, le signe d'égalité peut avoir un double statut : annoncer un résultat comme en arithmétique ou représenter une relation d'équivalence. Par ailleurs, Kieran affirme que les discontinuités sont reliées à la mise en œuvre de démarches de résolution distinctes, à l'utilisation de nouveaux objets, voire la mise en jeu de conceptions structurales et non plus procédurales des objets, à la représentation formelle des problèmes par des équations et à l'utilisation de procédures formelles nouvelles pour les résoudre (Ibid.). Par ailleurs, il apparaît que les longs apprentissages qu'ont réalisés les élèves en arithmétique au primaire viennent faire obstacle à leur apprentissage de l'algèbre (Booth 1984) [1] au collège. De nombreuses recherches empiriques ont montré qu'effectivement, au lieu d'utiliser des stratégies algébriques de résolution de problèmes, les élèves préfèrent des stratégies arithmétiques. Par exemple, lorsqu'il s'agit de résoudre une équation, plusieurs élèves ont des difficultés à opérer sur l'inconnue, ils utilisent plutôt la méthode essais-erreurs, souvent efficace dans les problèmes arithmétiques. Filloy et Rojano (1989) [9] considèrent alors qu'il existe une coupure didactique le long de la ligne d'évolution d'une pensée arithmétique à une pensée algébrique chez les élèves.

Dans les années 90, un mouvement international a eu lieu pour réformer l'enseignement de l'algèbre à l'école, il a donné lieu au courant Early Algebra qui réfère à la fois à un domaine de recherche, une approche curriculaire et un domaine de formation des enseignants (Squalli, 2020) [10]. Ce courant met majoritairement l'accent sur le développement de la pensée algébrique dès le primaire sans usage du langage littéral de l'algèbre. Selon certains chercheurs de ce mouvement (Kaput 1998, Squalli, Mary et Marchand 2011) [11,12] l'hypothèse actuelle concernant le courant Early Algebra est qu'il ne doit pas être perçu comme une version précoce de l'algèbre actuellement enseignée au secondaire, une préalgèbre. Il est plutôt une stratégie pour enrichir les contenus mathématiques enseignés au primaire, en offrant aux élèves des opportunités pour développer la pensée algébrique et approfondir davantage certaines notions et concepts mathématiques (le concept d'opération, d'égalité, d'équation, de régularité, de formule, de variable et de variation, entre autres). L'idée d'initier les élèves à la pensée algébrique dès le primaire est une opportunité pour atténuer les difficultés des élèves résultantes de la transition entre l'arithmétique du primaire et l'algèbre du collège en apportant plus de profondeur et de cohérence aux programmes, sans ajouter de nouveaux contenus aux thèmes d'étude (Kaput 1998, Squalli 2002) [11,13].

Plusieurs travaux, dont notamment ceux réalisés par des chercheurs du Québec, France, Brésil, Maroc, Belgique de l'Observatoire International de la Pensée Algébrique (OIPA), montrent que les élèves du primaire et du début du collège manifestent une pensée algébrique dans la résolution de problèmes de généralisation (Vlassis, Demonty, et Squalli 2017, Abouhanifa et Squalli 2019) [14, 15] et de comparaison (Adihou et al. 2015, Abouhanifa et al. 2018, Oliveira et Rhéaume 2014) [16-18]. D'autres recherches (Squalli, Jeannotte, Koudogbo et Robert 2019, Larguier et Bronner 2015, Oliveira, Rhéaume, et Geerts 2017) [19-21] montrent que l'analyse du potentiel au développement de la pensée algébrique des programmes officiels du primaire et du collège, permet d'étudier la manière dont ces programmes préparent les élèves à l'algèbre et de mettre au jour la cohérence des curricula entre le primaire et le collège, la continuité des savoirs à enseigner et les ruptures.

Depuis l'avènement de l'enseignement fondamental (au milieu des années 1980 au Maroc et au Benin et au début des années 1990 en Tunisie), l'enseignement de l'algèbre au collège dans ces trois pays semble être basé sur une même architecture qui est restée relativement stable au cours des différentes réformes. Comme le montre une analyse du programme marocain de la fin des années 80 (Squalli 2003) [22], l'algèbre est introduite comme une arithmétique généralisée ; l'architecture de ce programme est basée sur l'extension des systèmes de nombres Z, D, Q et R et l'établissement du calcul algébrique sur ces domaines de calcul dont la maîtrise par les élèves est l'un des objectifs essentiels du curriculum d'algèbre à ce niveau (M.E.N. 1991) [23]. Ce choix dans l'enseignement de l'algèbre semble être source de difficultés persistantes chez les élèves au collège.

Pour étudier les problèmes de la transition arithmétique-algèbre dans les trois pays concernés par ce projet, il nous a semblé important, à la lumière des éléments de problématique présentés auparavant, d'analyser le potentiel du développement de la pensée algébrique dans les programmes et manuels officiels du primaire et du collège de ces trois pays, et d'enquêter sur les raisonnements des élèves et sur les pratiques de leurs enseignants à propos de certaines activités algébriques. Plus précisément, le projet que nous présentons poursuit les trois objectifs suivants :

1) Analyser le savoir à enseigner relativement au développement de la pensée algébrique dans les programmes et manuels officiels au Bénin, au Maroc et en Tunisie, et ce pour les

classes de fin du primaire et du début du collège. Comparer ces analyses afin de rendre compte de la manière dont les ressources officielles dans les trois pays préparent les élèves du primaire à l'algèbre du collège.
2) Documenter les raisonnements mobilisés par les élèves de la dernière année du primaire et de la première année du collège dans la résolution de problèmes de comparaison ainsi que dans la résolution de problèmes de généralisation (enquêtes auprès des élèves du primaire et du collège).
3) Documenter les pratiques déclarées des enseignants du primaire et du collège en regard d'activités de résolution de problèmes de comparaison et de problèmes de généralisation.
Pour atteindre ces objectifs, nous partons de l'hypothèse que :
Le développement de la pensée algébrique au primaire apporte une cohérence et une profondeur au curriculum, facilite la transition entre le primaire et le collège et réduit le risque que les longs apprentissages au primaire en arithmétique viendraient faire obstacle à l'apprentissage de l'algèbre au collège.

3 Cadres théoriques

La recherche que nous envisageons repose sur trois cadres conceptuels de la didactique des mathématiques :

3.1 Pensée algébrique

En considérant les mathématiques comme une activité humaine, l'algèbre peut être vue comme un ensemble d'activités mathématiques où interviennent des opérations (lois de composition, internes ou externes, binaires ou n-aires), pouvant être de nature quelconque (addition, multiplication, composition, etc.), mais répétées un nombre fini de fois (Squalli 2000, 2015) [10,14]. Ces activités sont marquées par une manière de penser, la pensée algébrique. Sur le plan opératoire, cette pensée se déploie au moyen de :
i) un ensemble de raisonnements particuliers (généraliser, raisonner de manière analytique, symboliser et opérer sur des symboles, raisonner sur des relations fonctionnelles, raisonner en termes de structures, etc.) ;
ii) des manières d'approcher des concepts en jeu dans les activités algébriques (voir l'égalité comme une relation d'équivalence, voir les opérations dans une expression numérique comme des objets en soi et non uniquement comme des instructions pour réaliser un calcul, etc.) ;
iii) des modes de représentation et des manières d'opérer sur ces représentations.

3.2 Théorie anthropologique du didactique

Pour mettre au jour le potentiel des curriculums du Bénin, du Maroc et de la Tunisie à développer la pensée algébrique, nous utilisons les outils de la TAD (théorie anthropologique du didactique) de Chevallard (1998) [24]. Plus précisément, nous utilisons la modélisation de l'activité mathématique en termes de praxéologies. Une praxéologie est un quadruplet de quatre éléments articulés : type de tâche, technique, technologie, théorie. Selon ce modèle, les pratiques institutionnelles peuvent être analysées par un découpage en un système de tâches (t) appartenant à des types de tâches (T). Toute tâche t est accomplie au moyen d'une technique τ (une manière de réaliser t). Chaque technique est justifiée par une technologie θ (un discours rationnel qui permet d'expliquer et de justifier la technique). Finalement, toute technologie repose elle-même sur les fondements d'une théorie Θ (Chevallard, 1998) [24].

3.3 Proposition d'un modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique

Comme l'expliquent Larguier et Bronner (2015) [18], l'analyse du savoir à enseigner ou du savoir enseigné suppose de s'appuyer sur un modèle de référence issue des recherches réalisées. Il s'agit de décrire d'après les résultats de la recherche un modèle épistémologique (MER) ou praxéologique de référence de la préparation de l'entrée dans l'algèbre dès l'école primaire. Ils ajoutent : « Ainsi l'analyse du savoir à enseigner relative à certains objets d'enseignement, ne peut avoir d'intérêt pour la recherche que si elle peut être mise en parallèle avec un MER qui donne à voir les éléments essentiels de l'enseignement d'un domaine donné au regard des résultats des recherches. C'est donc la première tâche de l'étude du curriculum officiel, à savoir la description de cette référence » (p. 3). Le modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique (MPRPA) que nous proposons s'appuie sur différents travaux de recherche de la pensée algébrique (Bednarz, Kieran et Lee 1996, Lins et Kaput 2004 ; Carraher et Schliemann 2007, Radford 2010 et 2015, Squalli 2000 et 2015) [25-29, 10,15]. Il nous servira comme une référence permettant d'analyser le savoir à enseigner en lien avec le développement de la pensée algébrique. Le modèle que nous proposons est une version affinée par les chercheurs du présent projet, de manière à répondre aux objectifs des analyses envisagées, de celle proposée initialement par Jeannotte, Squalli et Robert (2020) [30]. Ce modèle est structuré autour de trois praxéologies mathématiques régionales (PMR) : 1) Généralisation. 2) Modélisation et 3) Calcul. Chacune de ces PMR se décline en praxéologies mathématiques locales (PML) puis en praxéologie mathématiques ponctuelles (PMP).
La PMR « Généralisation » se décline en deux PML : Généralisation de régularités et Généralisation de règles, de formules, de loi et d'algorithmes.
La PMR « Modélisation » se décline en trois PML : Modélisation de situations intra ou extra-mathématiques par des expressions numériques ; Modélisation de situations intra ou extra-mathématiques par des équations et Modélisation de situations intra ou extra-mathématiques par des fonctions.
La PMR « Calcul » se décline quant à elle en deux PML : Calcul sur des expressions numériques et Calcul sur des expressions algébriques.

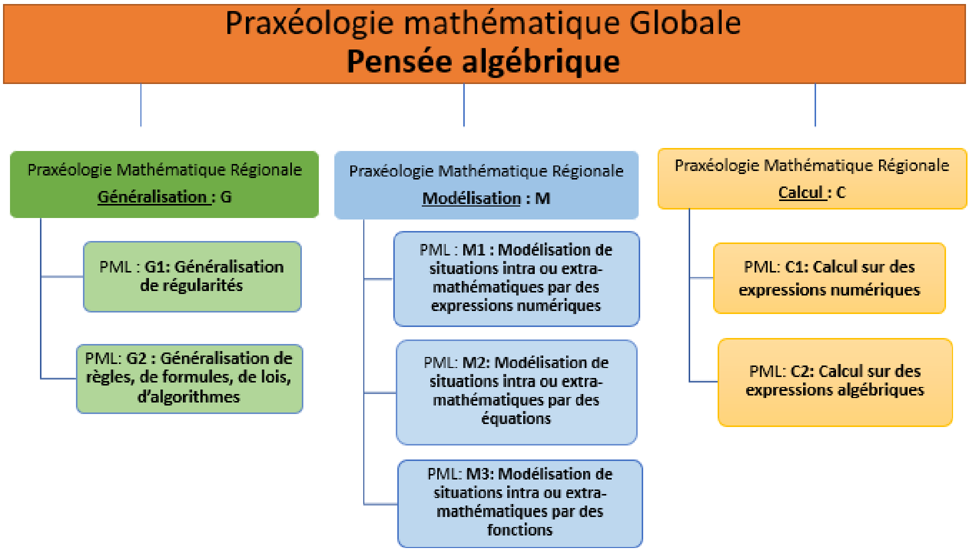

Fig. 1. Architecture du MPRPA.

La figure 1 résume l'architecture du MPRPA, que nous considérons également comme une praxéologie mathématique globale relative au développement de la pensée algébrique.

3.4 Pratiques déclarées des enseignants

Dans ce projet nous nous intéressons aux pratiques déclarées des enseignants dont les élèves font partie de l'enquête auprès des élèves (objectif 2) et nous nous interrogeons si ces enseignants disposent des connaissances essentielles pour soutenir et développer la pensée algébrique des élèves. Nous utilisons particulièrement la notion de pratique des enseignants au sens de Robert et Rogalski (2002) [31], soit : « … pour désigner tout ce que l'enseignant ou l'enseignante met en œuvre avant, pendant et après la classe (conceptions activées au moment de la préparation des séances, connaissances diverses, discours mathématique et non mathématique pendant la classe, gestes spécifiques, corrections de productions d'élèves, etc.) » (p. 506).

4 Méthodologie de recherche

Pour atteindre les trois objectifs de la recherche, notre méthodologie consiste à :
Objectif 1 : Analyser les programmes officiels et manuels scolaires
Pour l'analyse des programmes et thèmes d'études, nous nous appuyons sur des méthodologies utilisées dans les travaux de l'OIPA. La méthodologie d'analyse du curriculum officiel utilisée dans le réseau OIPA et présentée dans (Bronner et Larguier, 2018) [32] s'inscrit dans la théorie anthropologique du didactique que nous considérons comme pertinente pour étudier et comparer le développement de la pensée algébrique dans divers contextes géographiques, sociaux et politiques. Selon Bronner et Larguier (2018) [32] cette méthodologie d'analyse comprend trois phases :
Phase 0 : Développer un modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique.
Phase 1 : Repérer les instances et les textes officiels et identifier les données à analyser pour les niveaux de 6e année primaire et de 1ère année du collège.
Phase 2 : Analyser les éléments composant les praxéologies mathématiques relatives au développement de la pensée algébrique et ce dans les contenus fixés dans la phase 1.
La phase 0 correspond au MPRPA décrit dans la section précédente.
Pour la phase 1, les ressources didactiques retenues pour analyser le potentiel de développement du potentiel algébrique sont essentiellement les programmes officiels de mathématiques et les manuels scolaires des classes de 6e année primaire et de 1ère année du collège. Cela, tout en prenant en considération dans les analyses, s'il y a lieu, les ressources d'accompagnements (guides d'enseignement, livre de l'enseignant, etc.).
En ce qui concerne la phase 2, et en vue de permettre la concordance des analyses des trois équipes, un protocole d'analyse a été élaboré. Ce protocole donne une caractérisation des genres et types de tâches décrits dans le MPRPA et définie le potentiel algébrique d'une tâche. Pour ce dernier point, trois niveaux ont été considérés : potentiel algébrique nul, faible et fort. Le premier niveau concerne les tâches purement arithmétiques. C'est à dire celles qui impliquent des nombres qui sont tous déterminés et la réalisation de la tâche repose uniquement sur la qualité nombrante des nombres (leurs valeurs). Comme par exemple lorsqu'il s'agit de vérifier par calcul que : $4\times(5+7) = 4\times5 + 4\times7$. Le deuxième niveau concerne les tâches dont les énoncés encouragent l'utilisation d'une technique arithmétique, ou si la technique algébrique est hors de portée de l'élève. C'est le cas par exemple pour la tâche : Justifier que : $4\times(5+7) = 4\times5 + 4\times7$. Ici l'énoncé n'oriente pas les élèves vers une technique arithmétique mais ne la défavorise pas au profit d'une technique sans calcul. L'exercice suivant donne un exemple de tâche où la technique algébrique est hors de portée de l'élève :

Chaque année les parents de Said fêtent son anniversaire, ils préparent un gâteau avec autant de bougies que son âge. Ainsi à sa première année de naissance, ils ont soufflé une bougie, puis deux à sa deuxième année, trois à sa troisième année et ainsi de suite. À la fin de la fête, la maman de Said lui dit :« depuis ta naissance, nous avons utilisé en tout 78 bougies » quel est l'âge de Said ?

Pour cet exercice, une technique algébrique consiste à trouver la formule de la somme des entiers consécutifs de 1 à n, soit : n(n+1)/2, puis à résoudre l'équation : n(n+1)/2 = 78. Il est évident qu'une telle technique est hors de portée des élèves de 6e année du primaire.

Le niveau de potentiel algébrique fort concerne les tâches dont les énoncés encouragent l'utilisation d'une technique algébrique, ou si une technique algébrique se trouve à la portée de l'élève. C'est le cas par exemple pour la tâche : Justifier, sans aucun calcul, que 4× (5+7) = 4× 5 + 4× 7. Ou encore pour l'exercice :

Un homme âgé de 43 ans a trois fils qui ont respectivement 5 ans, 7 ans et 11 ans.
Après combien d'année l'âge du père sera-t-il la somme des âges des trois fils ?

Objectif 2 : Documenter les raisonnements mobilisés par les élèves.

En lien avec l'objectif 2, notre projet prévoit la réalisation d'une enquête auprès des élèves de 6e année du primaire et de 1ère année du collège. Cette enquête portera sur deux objets : les procédures de résolutions de problèmes de comparaison et celles utilisées dans la résolution de problèmes de généralisation.

Dans le cadre des travaux de l'OIPA, une grille d'analyse a été développée et opérationnalisée afin de caractériser les types de raisonnements mobilisés par les élèves (Squalli, Bronner, Larguier, Adihou, 2020) [33]. Cette grille repose sur la considération des deux dimensions suivantes : 1) le degré d'analycité du raisonnement, 2) la nature du registre de représentation sémiotique des inconnues et des équations. En lien avec la première dimension, les raisonnements peuvent être classés selon trois grandes catégories, selon que ces derniers sont de nature non analytique, à tendance analytique, ou analytique. Les raisonnements non analytiques sont caractéristiques d'une démarche arithmétique de résolution. Pour déterminer les valeurs des inconnues, l'élève opère sur des données et des relations connues. À aucun moment, il opère sur une inconnue. Le raisonnement d'un élève est dit analytique quand celui-ci considère l'inconnue, la représente par un symbole, utilise cette représentation pour représenter les relations entre les données connues et les autres inconnues du problème et opère ensuite sur ces représentations pour former l'équation et trouver les valeurs des inconnues (Ibid.). La catégorie des raisonnements à tendance analytique regroupe les raisonnements hypothéticodéductifs, qui ne peuvent pas être classés dans la catégorie des raisonnements de type analytique. C'est le cas des deux classes des raisonnements de type fausse position (Ibid.) et des raisonnements où l'élève considère l'inconnue, la représente par un symbole, utilise cette représentation pour représenter les relations entre les données connues et les autres inconnues du problème mais n'opère pas ensuite sur ces représentations pour former l'équation et trouver les valeurs des inconnues.

En ce qui concerne la seconde dimension de la grille d'analyse, trois types de registres au sens de (Duval, 1995) [34] et (Hitt et Passaro 2007) [35] sont considérées : le registre numérique, le registre algébrique conventionnel et le registre intermédiaire, un registre spontané utilisé par les élèves (mots, diagrammes, dessins, …) (Hitt 2004, Hitt et Passaro 2007) [36,35].

Échantillon : notre échantillon d'élèves pour les enquêtes que nous envisageons à cette étape sera composé dans chacun des pays par 3 classes de chacun des niveaux scolaires à étudier (6e année du primaire et 1ère année du collège). Pour chaque niveau, nous nous assurerons que le sexe féminin, ainsi que la présence d'élèves de milieux socioéconomiques faible et élevé sont bien représentés dans notre échantillon.

Objectif 3 : Documenter les pratiques déclarées des enseignants

Pour le troisième objectif de la recherche, nous comptons recueillir des informations auprès des enseignants des classes où se dérouleront les enquêtes avec les élèves. Les informations dont nous nous intéressons touchent certaines dimensions des pratiques des enseignants vis-à-vis de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre. Nous exploiterons et adapterons à cet effet le cadre d'analyse utilisé par Demonty (2017) [37] dans le cadre de ses travaux au sein de l'OIPA. L'enquête sur les pratiques déclarées des enseignants complétera l'enquête sur les raisonnements des élèves dans la résolution de problèmes de généralisation et de comparaison.

5 Conclusion

Le projet de recherche que nous envisageons vise à dresser un état de la situation de la transition entre l'enseignement de l'arithmétique au primaire et l'enseignement de l'algèbre au collège, et ce au Maroc, au Bénin et en Tunisie.
La réalisation du projet constitue tout d'abord une occasion pour le développement d'outils théoriques et méthodologiques pour analyser les ressources didactiques et documenter les activités des élèves et les pratiques enseignantes. Le projet permettra ensuite de dresser le potentiel des programmes des trois pays à développer la pensée algébrique chez les élèves et de mettre au jour la cohérence des curricula entre le primaire et le collège, la continuité des savoirs à enseigner et les ruptures. Il permettra également d'identifier les difficultés des élèves dans la résolution des problèmes de comparaison et de généralisation et de caractériser les pratiques des enseignants vis-à-vis de ces problèmes. Par ailleurs, la comparaison des résultats obtenus dans les trois pays permettra, d'une part de mieux comprendre les facteurs qui interviennent dans l'apparition des difficultés observées chez les élèves, et d'autre part d'identifier des éléments curriculaires qui pourraient enrichir les curriculums de chacun des pays concernés par la recherche.

Finalement, à la lumière des analyses et des résultats de recherche obtenus, des recommandations seront formulées à propos de l'implémentation dans l'enseignement de la stratégie de développement de la pensée algébrique. La recherche pourrait également identifier des pistes d'amélioration des programmes et des pratiques enseignantes en vue d'atténuer les insuffisances et/ou les difficultés mises en évidence par la recherche.

Références

1. L. Booth. Algebra: children's strategies and errors. Windsor: NFERNELSON. (1984)
2. C. Kieran. The learning and teaching of school algebra. In A. D. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 390-419). Reston, VA: National Council of Teachers of MathematicsLins, (1992).
3. Y. Chevallard,. Arithmétique, algèbre, modélisation : Etapes d'une recherche. Document pour la classe issu de travaux de groupe de travail. Aix-Marseille : IREM d'Aix-Marseille. (1989a)
4. Y. Chevallard,. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques. Deuxième partie : perspectives curriculaires : la notion de modélisation. Petit x. Grenoble : IREM de Grenoble, Vol. 19, pp. 43-79. (1989b)
5. Y.Chevallard, Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Troisième partie : voies d'attaque et problèmes didactiques. Petit x. Grenoble : IREM de Grenoble, Vol. 23, pp. 5-38. (1989 - 1990).

6. G. Vergnaud. Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre in Actes du premier colloque franco-allemand de didactique, Éditions La Pensée Sauvage. (1986)
7. N. Bednarz et B.Dufour-Janvier. Emergence and development of Algebra as a problem solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. In Bednarz N., Kieran C. et Lee L. (Eds.), Approaches to algebra: perspectives for research and teaching (pp. 115- 136). Dordrecht: Kluwer (1996).
8. C. Kieran. A functional approach to the introduction of algebra: some pros and cons, in Ponte J. P., Matos J. F. (Eds.). Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 1, 157-175 (1994).
9. E. Filloy et T. Rojano. Solving equation: The transition from arithmetic to algebra. For the Learning of Mathematics, 9(2), 19-25(1989).
10. H. Squalli. Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base. Thèse de doctorat inédite. Université Laval (2000).
11. J.J.Kaput. Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by «algebrafying» the K-12 curriculum. In the Proceedings of a National Symposium, may 27 and 28, 1997. The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum (pp. 25-26). Washington, D.C. National Academy Press(1998).
12. H. Squalli , C Mary & P. Marchand. Orientations curriculaires dans l'introduction de l'algèbre: cas du Québec et de l'Ontario. In Recherches et expertises pour l'enseignement scientifique (Vol. 1, pp. 65-78). De Boeck Supérieur (2011).
13. H. Squalli. Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire : un exemple de raisonnements à l'aide de concepts mathématiques. Instantanés mathématiques, XXXIX(1), 4-13(2002).
14. J. Vlassis, I. Demonty, & H. Squalli. Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20(3), 131-155G. (2017).
15. H. Squalli. La généralisation algébrique comme abstraction d'invariants essentiels. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2015–GT 3 (2015).
16. A.Adihou, H. Squalli, , M. Saboya et M. TremblayAnalyse des raisonnements d'élèves en lien avec différentes structures des problèmes de comparaison. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes EMF2015 - GT3 (2015).
17. S. Abouhanifa et H. Squalli. Les stratégies exprimées par les élèves dans la résolution d'un problème de généralisation algébrique. Communication présentée au 4e Colloque de l'OIPA, L'enseignement et l'apprentissage de la pensée algébrique entre 5 et 14 ans. 6 et 7 mars 2019, Université de Liège, Belgique(2019).
18. I. Oliveira, et S. Rhéaume. Comment s'y prennent-ils? La résolution de problèmes de partage inéquitable par des élèves avant enseignement formel de l'algèbre. Canadian Journal of science, mathematics and technology education, 14(4), 404-423 (2014).
19. H. Squalli, D. Jeannotte, J. Koudogbo, et V. Robert. Analyse du potentiel du développement de la pensée algébrique dans le programme de formation de l'école québécoise. Communication présentée dans Working group 3: Teaching for connections and understanding. CIEAEM-71, Braga, 22 - 26 juillet (2019).

20. M. Larguier et A. Bronner. Première rencontre avec l'algèbre. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015 – GT3(2015).
21. I. Oliveira, S. Rhéaume & F. Geerts. Apprentissage de l'algèbre : procédures et difficultés rencontrées lors de la résolution de problèmes. Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20 (3), 156–180. https://doi.org/10.7202/1055732ar(2017).
22. H. Squalli. Survol historique du corpus algébrique enseigné à l'école marocaine. Cahiers de didactique des mathématiques et des sciences, Actes des séminaires de GIFREMS 2000-2001, Ecole Normale Supérieure Takaddoum, p. 77-90(2003).
23. Ministère de l'Éducation Nationale du Maroc. Programmes et orientations pédagogiques de l'enseignement des mathématiques au premier et deuxième cycle de l'enseignement fondamental. Direction de l'enseignement secondaire. Rabat (1991).
24. Y. Chevallard. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique. Actes de l'université d'été de la rochelle, juillet 1998 (p. 1-29) (1998).
25. N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.). Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching. Boston: Kluwer Academic Publishers (1996).
26. R. C. Lins & J. Kaput. The early development of algebraic reasoning: The current state of the field. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.), The future of the teaching and learning of algebra. Proceedings of the 12th ICMI Study Conference (Vol. 1, pp. 47–70). The University of Melbourne, Australia (2004).
27. D. W. Carraher & A. Schliemann. Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 669–705). Greenwich, CT: Information Age Publishing (2007).
28. L. Radford. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. Research in Mathematics Education, 12(1), 1-19(2010).
29. L.Radford. Pensée mathématique du point de vue de la théorie de l'objectivation, In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage Actes EMF2015 – GT3(2015).
30. D.Jeannotte, H. Squalli, et V. Robert. Highlighting the potential for developing early algebraic thinking: a praxeological framework of reference. Texte accepté a14th International Congress of Mathematical Education. July 12 to 19, Shangai, China(2020).
31. A. Robert & J. Rogalski. Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: une double approche. Canadian Journal of Math, Science & Technology Education, 2(4), 505-528(2002).
32. A. Bronner et M. Larguier. Éléments d'analyse du curriculum officiel à propos de la pensée algébrique. In Aboud, M.(Ed.) Mathématiques en scène : des ponts entre les disciplines Actes EMF2015 – GT2, pp. 275-283(2018).
33. H. Squalli, , M. Larguier, A. Bronner & A. Adihou. Cadre d'analyse des raisonnements dans la résolution de problèmes algébriques de type partage inéquitable. Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22 (1), 36–62. https://doi.org/10.7202/1070024ar(2020).
34. R. Duval. Sémiosis et pensée humaine, Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels, Peter Lang SA(1995).

35. F. Hitt et V. Passaro. De la résolution de problèmes à la résolution de situations problèmes : le rôle des représentations spontanées. Actes de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM-59) (p. 117-123). Dobogókő, Hongrie, juillet (2007).
36. F. Hitt. Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. Revue des sciences de l'éducation, 30(2), 329-354 (2004).
37. I. Demonty. Regards croisés sur le développement de la pensée algébrique : entre raisonnements des élèves et connaissances des enseignants (Doctoral dissertation, Université de Liège, Liège, Belgique) (2017).